

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2024/2025 УЧЕБНОГО ГОДА

ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|
| М | 1 | 0 | - | 4 | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|

Руданов Андрей Вячеславович

(фамилия, имя, отчество)

10А

(класс обучения)

10

(класс участия)

МБОУ "СОШ №6" ПГО

(полное наименование образовательной организации)

Пусть мощность 1-й трубы - P₁, а второй - P₂. Пусть время заполнения половины бассейна - x, тогда

P₁(x+3) = P₂(x+12), если V - объём бассейна, то V = P₁(x+3) + P₂(x+12)

кол-во ч¹ кол-во ч²
хидросты хидросты

Если первая труба заполняет половину бассейна за время x+3, то временного напавления первой трубой будет 2x+6.

2x+6 => P₁(2x+6) = V/2 (1)

Выразим P₂ через P₁:

т.к. P₁(x+3) = P₂(x+12) => P₂ = P₁(x+3)/(x+12) (2)

Когда бассейн заполнен наполовину (P₁+P₂)x = 0,5V (3)

Подставим (2) в (3) и найдем отношение (1) к (3)

P₁(2x+6) / ((P₁+P₁(x+3)/(x+12))x) = V / 0,5V

P₁(2x+6) / P₁(x²+3x+x) = 2 =>

2x+6 : (x²+15x)/(x+12) = 2 => (2x+6)(x+12) / (2x²+15x) = 2 => (2x²+30x+72) / (2x²+15x) = 2 =>

=> (x²+15x+36) / (2x²+15x) = 1 => x²+15x+36 = 2x²+15x

x²+15x+36 = 2x²+15x

x²-36 = 0

(x-6)(x+6) = 0

x₁ = 6

x₂ = -6 (т.к. не можем иметь меньше нуля)

t₁ = 2x+6 = 2*6+6 = 18 (ч.)

Ответ: за 18 часов

76

10.2.

Если брать один цвет и подставлять к нему другие, то комбинация всегда будет заканчиваться нечётным номером (если идти по порядку), а значит, что один цвет останется неразделённым => Витя не сможет сделать так, чтобы каждый цвет присутствовал с другими ровно один раз

1/2, 1/3, 1/4, 1/5... (цифры - номера цветов)

10.3.

Квадрат натурального числа либо делится на 4, либо делится на 8 с остатком 1, например:

64:4 = 16; 25:8 = 3 (ост.1) => если 606 не соответствует ни одному из этих требований, то всё число не является квадратом натурального числа.

606/4 = 151,5 (не соответствует) 606/8 = 75,75 (не соответствует)

606 не соответствует ни одному из требований => всё число не является квадратом натурального числа

55.

$$\frac{1}{a+b}, \frac{1}{b+c}, \frac{1}{a+c} - \text{арифм. прогрессия} \Rightarrow \frac{1}{b+c} = \frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c}}{2} \Rightarrow \frac{2}{b+c} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \Rightarrow \frac{2}{b+c} = \frac{(a+c) + (a+b)}{(a+b)(a+c)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{b+c} = \frac{2a+b+c}{(a+b)(a+c)} \Rightarrow 2(a+b)(a+c) = (b+c)(2a+b+c) \Rightarrow 2a^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 2ab + b^2 + bc + 2ac + bc + c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} \Rightarrow b^2, a^2, c^2 - \text{арифм. прогрессия} \left(a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \right) \quad 78$$